

Algebra i Teorija Brojeva

1. Boca i časa zajedno mogu primiti tekućine koliko i posuda. Boca može primiti koliko časa i vrč. Tri vrča primaju koliko i dvije posude. Koliko časa može primiti jedan vrč?
2. Jedan traktor može sam preorati neku njivu za 7 sati, a drugi traktor za 5 sati. Ako bi oba traktora zajedno orala tu njivu, drugi bi traktor preorao sedam hektara više od prvog traktora. Koliko hektara ima ta njiva?
3. Koliko ima brojeva koji nisu djeljivi niti s 5 niti sa 7, a manji su od 100?
4. Odredite sve troznamenkaste brojeve koji su 5 puta veći od umnoska svojih znamenaka.
5. Dano je 20 prirodnih brojeva. Dokazite da se između njih mogu odabrati 2 broja čija je razlika djeljiva s 19.
6. 20 realnih brojeva poredano je u krug, na način da se između svaka 2 broja a i b nalazi broj $(a+b)/2$. Dokazite da su svi brojevi u krugu jednaki.
7. Ako je $x^2 + y^2 = 2x - 2y - 2$, koliko je $x^{2020} - 2020y$?

Kombinatorni zadaci

8. Krunoslav se nalazi na matematičkom natjecanju. Pred sobom vidi 5 zadataka. Pošto su Krunoslavu svi zadaci lagani svejedno mu je kojim redoslijedom će ih rješavati. Na koliko načina Krunoslav može odabrati redoslijed rješavanja zadataka.
9. U svako polje 5×5 tablice upisemo jedan od brojeva $-1, 0, 1$ i izračunamo zbrojeve po retcima, stupcima, i dvije glavne dijagonale. Dokazite da će uvijek dvije od tih suma biti jednake.
10. Marin slaze sendvic za popodnevnu marendu. U hladnjaku majka mu je ostavila 2 različita peciva, 4 vrste sira, te 3 različite šunke. Na koliko načina Marin može složiti svoju marendu, ako je sendvic jelo u kojemu se između dvije polovice peciva nalazi točno jedna vrsta sira i točno jedna vrsta šunke?
11. Dokazite da među bilo kojih 6 ljudi postoje 3 osobe koje se sve ili međusobno poznaju, ili ne poznaju. Napomena: Sva poznanstva su uzajamna.
12. Na zabavi se nalazi 10000 ljudi. U nekom trenutku neke su se osobe počele rukovati. Dokazite da postoje 2 osobe koje su se rukovale s istim brojem ljudi.

Geometrija

13. Koliki je omjer površina kvadrata upisanog u kružnicu i jednakostraničnog trokuta opisanog toj istoj kružnici?
14. Visina h , koja odgovara hipotenuzi pravokutnog trokuta $\triangle ABC$, dijeli hipotenuzu na dijelove od 9cm i 16cm . Izračunaj opseg i površinu ovog trokuta.
15. Točka D leži na stranici BC trokuta $\triangle ABC$ tako da $CA = CD$. Ako je $\angle CAB - \angle ABC = 30^\circ$ koliko iznosi mjera kuta $\angle BAD$?
16. Kvadrat $\square ABCD$ ima stranice duljine 2. Konstruiran je polukrug unutar kvadrata sa promjerom AB . tangenta iz C na AB siječe stranicu AD u E . Koliko iznosi duljina dužine CE ?